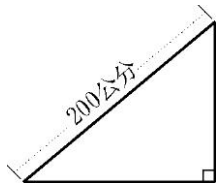


110年中山女高 升高二暑假作業 範圍：三角比

1. 有一木板的一端置於地面，另一端用磚頭墊高(如附圖)。假設木板長為 200 公分，磚頭每塊的厚度為 6 公分。欲使木板的傾斜角大於 40° ，則磚頭至少要用幾塊？_____。

($\sin 40^\circ \approx 0.6428$, $\cos 40^\circ \approx 0.7660$)



2. 試求下列各式的值：

(1) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \tan 60^\circ \cos 30^\circ =$ _____。

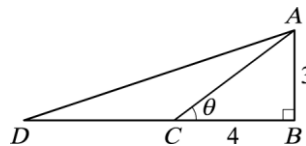
(2) 計算 $(\sin 17^\circ + \cos 17^\circ)^2 + (\sin 73^\circ - \cos 73^\circ)^2 =$ _____。

3. 一根筆直的竹竿立於地面 B 處，當它被風吹斷 $\overline{AC}$ 後，端點 A 恰與地面接觸，構成直角三角形 ABC ，若測得 $\angle CAB =$

37° ， $\overline{AB} = 5.6$ 公尺，則未斷裂前，該竹竿的長度為多少公尺？($\sin 37^\circ = 0.6$)

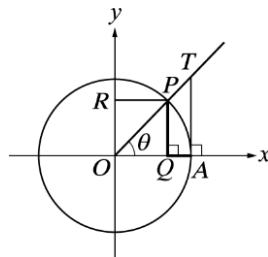
(A) 10.5 公尺 (B) 11.2 公尺 (C) 11.8 公尺 (D) 12.2 公尺 (E) 12.6 公尺

4. 如圖， $\triangle ABD$ 為直角三角形，其中 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle ACB = \theta$ ，且 $\overline{AC} = \overline{CD}$ ，試求：



(1) $\sin \frac{\theta}{2} =$ _____。(2) $\cos \frac{\theta}{2} =$ _____。(3) $\tan \frac{\theta}{2} =$ _____。

5. 如圖，圓 O 為一單位圓，且 $\overline{AT} = \frac{3}{4}$ ，試求四邊形 $QATP$ 中



(1) $\overline{PQ} =$ _____。(2) $\overline{QA} =$ _____。

6. 設 θ 為銳角，且 $\tan \theta = 2$ ，則 $\frac{2 \sin \theta - \cos \theta}{3 \sin \theta + \cos \theta} =$ _____。

7. 設 θ 是銳角，且 $\cos \theta = \tan \theta$ ，試求 $\sin \theta =$ _____。

8. 設 θ 為銳角，若 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則：

(1) $\sin \theta \cos \theta =$ _____。

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta =$ _____。

9. 小華在離古樹 10 公尺的位置，測出樹頂的仰角是 51° ，求樹頂到地面的高度為_____公尺。(利用計算機四捨五入至小數點後第一位)

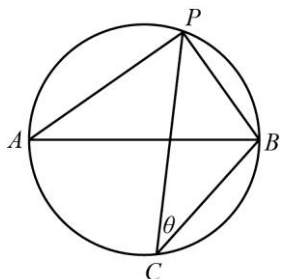
10. 如右圖，直角三角形 AEF 內接於矩形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AF} = 1$ ， $\angle EAF = 20^\circ$ ， $\angle BAE = 40^\circ$ ， $\angle FGA = 90^\circ$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) $\overline{AE} = \sin 20^\circ$ (B) $\overline{BE} = \cos 20^\circ \sin 40^\circ$ (C) $\angle CFE = 50^\circ$ (D) $\overline{CE} = \sin 20^\circ \cos 40^\circ$
 (E) $\overline{FG} = \sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ$

11. () 下列各式中，恆大於 0 者有哪些？

- (A) $\sin 37^\circ - \cos 37^\circ$ (B) $\tan 53^\circ - 1$ (C) $\cos 25^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\sin 61^\circ - \tan 61^\circ$ (E) $\frac{1}{2} - \cos 61^\circ$ 。

12. 如附圖， $\overline{AB}$ 為直徑，且 $\overline{AB} = 10$ ， P, C 為圓上的點，若 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，求 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 之值為_____。



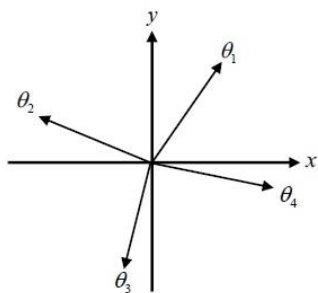
13. 判斷各象限中三角比的正負情形，並完成下表：

θ 終邊所在象限	第一象限	第二象限	第三象限	第四象限
(x, y)	$(+, +)$	$(-, +)$	$(-, -)$	$(+, -)$
$\sin \theta$				
$\cos \theta$				
$\tan \theta$				

14. (1) 若點 $(\sin \theta, -\cos \theta)$ 在第三象限內，則 θ 是第幾象限角？

(2) 已知點 $P(\tan \theta, \cos \theta)$ 在第三象限內，則點 $Q(\sin \theta, \cos \theta)$ 在第幾象限內？

15. 坐標平面上 4 個有向角 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 的標準位置角終邊如附圖所示，則下列敘述哪些正確？_____。



- (A) $1 > \sin \theta_1 > \sin \theta_2 > 0$ (B) $0 > \sin \theta_4 > \sin \theta_3 > -1$
 (C) $|\tan \theta_2| > |\tan \theta_1|$ (D) $\tan \theta_3 > 1$ (E) $\cos \theta_4 > \cos \theta_1 > \cos \theta_3 > \cos \theta_2$

16. 已知 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ 且 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ，試求 $\sin \theta =$ _____， $\tan \theta =$ _____。

17. 設 $\sin \theta = -\frac{8}{17}$ ，且 θ 為第四象限角，求 $\cos \theta =$ _____與 $\tan \theta =$ _____。

18. 已知 $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ ，且 θ 是第三象限角，試求 $\cos \theta$ 和 $\tan \theta$ 的值。

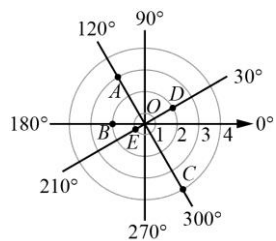
19. 設 θ 是第三象限角且滿足 $2 \sin \theta + 1 = \cos \theta$ ，試求 $\cos \theta =$ _____， $\tan \theta =$ _____。

20. 坐標平面上，設 O 為原點， θ 為第二象限角且 $P(x, 2)$ 為終邊上一點，已知 $\overline{OP} = 3$ ，則 $\tan \theta =$ _____。

21. 若 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 且 $\sin 2011^\circ = \cos \theta$ ，則 $\theta =$ _____。

22. 設 $90^\circ \leq x \leq 630^\circ$ ，若 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $x =$ _____。

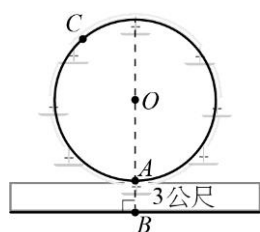
23. 如附圖，試求 A, B 兩點的極坐標。



24. (1) 試求直角坐標 $A(-3, 0)$ ， $B(-\sqrt{3}, 1)$ 的極坐標。

(2) 試求極坐標 $P[5, 90^\circ]$ ， $Q[4\sqrt{2}, 135^\circ]$ 的直角坐標。

25. 有一休園日下午，阿南測試遊樂場的摩天輪，如右圖，摩天輪基座 $\overline{AB}$ 的高度為 3 公尺，軸心為 O 點，半徑為 15 公尺，而此摩天輪等速旋轉。若每旋轉一圈需 6 分鐘，阿南在 A 處乘坐，當摩天輪依逆時針方向連續旋轉 15 分 36 秒的時間後，突然停電，此時阿南的位置正好在 C 處，試問阿南所在位置離地面高度約多少公尺？_____ (按計算機四捨五入取至整數位)



26. 已知直線 $\frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1$ 的斜角為 θ ，則 $\sin \theta$ 之值為_____。

27. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\angle C = 120^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為_____。

28. $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} =$

(A) $1 : 2 : 3$ (B) $3 : 4 : 5$ (C) $1 : \sqrt{3} : 2$ (D) $\sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$ (E) $\sqrt{3} : 2 : \sqrt{5}$

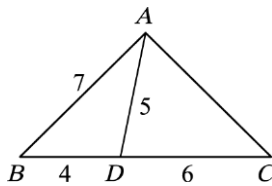
29. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ ， $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為_____。

30. 假設甲、乙、丙三鎮兩兩之間的距離皆為 20 公里。兩條筆直的公路交於丁鎮，其中之一通過甲、乙兩鎮而另一通過丙鎮。今在一比例精準的地圖上量得兩公路的夾角為 45° ，則丙、丁兩鎮間的距離約為

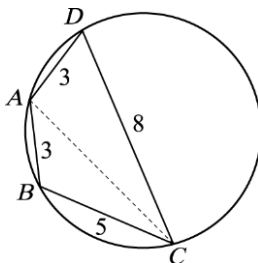
(參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$)

(A) 24.5 公里 (B) 25 公里 (C) 25.5 公里 (D) 26 公里 (E) 26.5 公里

31. 如附圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{BC}$ 上一點，若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。



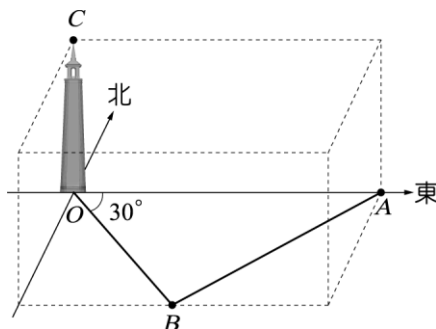
32. 如附圖，設 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{AD} = 3$ ，則：



(1) $\angle B =$ _____。(2) 對角線 $\overline{AC} =$ _____。

33. 阿金的家高度為 21 公尺，某天阿金站在自家最高處看附近一商業大樓頂端的仰角為 α ，底端的俯角為 β ，若 $\tan\alpha = \frac{5}{2}$ ， $\cos\beta = \frac{4}{5}$ ，試求該商業大樓的高度。(阿金的身高可忽略不計)

34. 某人自塔的正東方 A 點測得塔頂 C 仰角 30° ，而在塔的東 30° 南 B 點測得塔頂 C 仰角 45° ，若 A 與 B 相距 60 公尺，則塔高為_____公尺。



35. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c ，試求下列哪一個選項的條件成立時， $\triangle ABC$ 必為鈍角三角形？

- (A) $a^2 + b^2 < c^2$ (B) $\sin A = \sin B = \frac{1}{3}$ (C) $a : b : c = 5 : 6 : 7$
 (D) $b = 4, c = 6, \angle B = 30^\circ$ (E) $\triangle ABC$ 的三高長度為 9, 12, 15

36. 航海是人類在海上航行，跨越海洋，由一方陸地去到另一方陸地的活動。在從前是一種冒險行為，因為人類的地理知識有限，彼岸是不可知的世界。從冒險行為，慢慢的轉變於一種商業行為。若有艘漁船從港口 O 出航，依序到 A, B, C 三點。

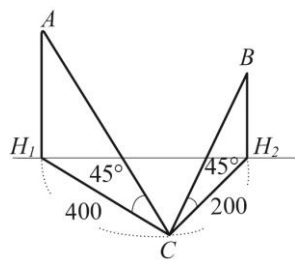
若 A 點距離港口 O， $\sqrt{3}$ 單位且在 O 的東 10° 北 (由正東方逆時針轉 10°)；

B 點距離港口 O，2 單位且在 O 的東 20° 南 (由正東方順時針轉 20°)；

C 點距離港口 O，2 單位且在 O 的東 80° 南 (由正東方順時針轉 80°)，

試回答下列問題：

- (1) 在坐標平面上以極坐標形式標出 A, B, C 三點坐標。
 (2) 試求出三角形 $\triangle ABC$ 面積為_____。
 37. 溜索，是一種古代的渡河工具，它以一條鋼索或粗繩，連接山谷兩側，一頭高，另一頭低，人可由高向低溜過河谷。不僅渡人外，亦可渡貨物、牲畜等。中國隨著少數民族地區的發展，大部分已被橋樑所取代，只有極少數的地區仍在使使用。假設在兩山的山頂 A, B 兩點用繩子連接以方便交換物資與通行，且在地面上一點 C 測得到兩山腳的距離為 400 公尺與 200 公尺，且其仰角均為 45° ，若 $\angle ACB = 60^\circ$ ，如附圖所示，試回答以下問題：
 (1) 山的高度有可能為多少？
 (A) 100 公尺 (B) 200 公尺 (C) 300 公尺 (D) 400 公尺 (E) 500 公尺
 (2) 溜繩的長度 $\overline{AB}$ 為多少？



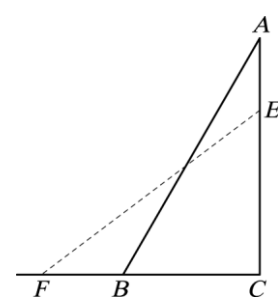
38. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ ，下列哪些選項正確？

- (A) $\sin A < \sin B$
 (B) $\sin B < \sin C$
 (C) $\cos A < \cos B$
 (D) $\sin C < \cos C$
 (E) $\overline{AB} < \overline{BC}$

39. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{BE}$ 交 $\overline{AD}$ 於 E 點，且 $\angle ACB=30^\circ$ ，

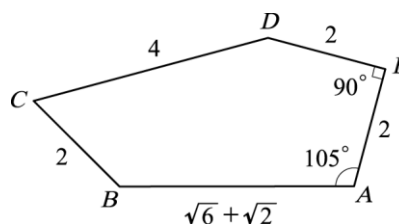
$\angle EDB=60^\circ$ ， $\angle AEB=120^\circ$ 。若 $\overline{CD}=15$ ， $\overline{ED}=7$ ，則 $\overline{AB} =$ _____。

40. 如圖所示（只是示意圖），將梯子 $\overline{AB}$ 靠在與地面垂直的牆 AC 上，測得與水平地面的夾角 $\angle ABC$ 為 60° 。將在地面上的底 B 沿著地面向外拉 51 公分到點 F （即 $\overline{FB}=51$ 公分），此梯子 $\overline{EF}$ 與地面的夾角 $\angle EFC$ 之正弦值為 $\sin \angle EFC=0.6$ ，則梯子長 $\overline{AB} =$ _____公分。



41. 最近數學家發現一種新的可以無縫密鋪平面的凸五邊形 $ABCDE$ ，其示意圖如右。關於這五邊形，下列哪些選項正確？

- (A) $\overline{AD}=2\sqrt{2}$
- (B) $\angle DAB=45^\circ$
- (C) $\overline{BD}=2\sqrt{6}$
- (D) $\angle ABD=45^\circ$
- (E) $\triangle BCD$ 的面積為 $2\sqrt{2}$



42. 請問 $\sin 73^\circ$ 、 $\sin 146^\circ$ 、 $\sin 219^\circ$ 、 $\sin 292^\circ$ 、 $\sin 365^\circ$ 這五個數值的中位數是哪一個？

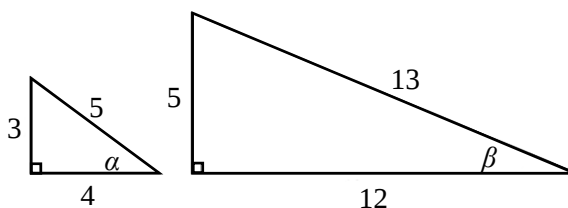
- (A) $\sin 73^\circ$
- (B) $\sin 146^\circ$
- (C) $\sin 219^\circ$
- (D) $\sin 292^\circ$
- (E) $\sin 365^\circ$

43. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=20^\circ$ 、 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=4$ 。下列哪些選項正確？

- (A) 可以確定 $\angle B$ 的餘弦值
- (B) 可以確定 $\angle C$ 的正弦值
- (C) 可以確定 $\triangle ABC$ 的面積
- (D) 可以確定 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑
- (E) 可以確定 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑

44. 已知兩個直角三角形三邊長分別為 3,4,5、5,12,13， α, β 分別為它們的一角，如下圖所示。試選出正確的選項。

- (1) $\sin \alpha > \sin \beta > \sin 30^\circ$
- (2) $\sin \alpha > \sin 30^\circ > \sin \beta$
- (3) $\sin \beta > \sin \alpha > \sin 30^\circ$
- (4) $\sin \beta > \sin 30^\circ > \sin \alpha$
- (5) $\sin 30^\circ > \sin \alpha > \sin \beta$



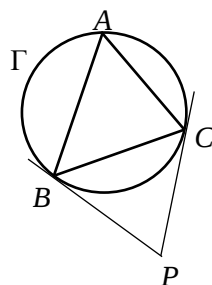
45. 平面上有一箏形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{2}$ ， $\overline{AD}=\overline{CD}=2$ ， $\angle BAD=135^\circ$ 。

則 $\overline{AC} =$ _____。（化為最簡根式）

46. 如圖， $\triangle ABC$ 為銳角三角形， P 為 $\triangle ABC$ 外接圓 Γ 外的一點，且 $\overline{PB}$ 與 $\overline{PC}$ 都與圓 Γ 相切。設 $\angle BPC = \theta$ ，試

問 $\cos A$ 的值為下列哪一個選項？

- (1) $\sin 2\theta$ (2) $\frac{\sin \theta}{2}$ (3) $\sin \frac{\theta}{2}$
 (4) $\frac{\cos \theta}{2}$ (5) $\cos \frac{\theta}{2}$



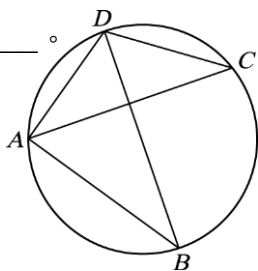
47. 在 $\triangle ABC$ 中，已經知道 $\overline{AB} = 4$ 和 $\overline{AC} = 6$ ，此時尚不足以確定 $\triangle ABC$ 的形狀與大小。但是，只要再知道某些條件（例

如：再知道 $\overline{BC}$ 的長度），就可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀與大小。試選出正確的選項。

- (1) 如果再知道 $\cos A$ 的值，就可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀與大小
 (2) 如果再知道 $\cos B$ 的值，就可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀與大小
 (3) 如果再知道 $\cos C$ 的值，就可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀與大小
 (4) 如果再知道 $\triangle ABC$ 的面積，就可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀與大小
 (5) 如果再知道 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑，就可確定 $\triangle ABC$ 唯一的形狀與大小

48. 設 A, B, C, D 為圓上的相異四點。已知圓的半徑為 $\frac{7}{2}$ ， $\overline{AB} = 5$ ，兩線段 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直，如圖所示（此為示意

圖，非依實際比例）。則 $\overline{CD}$ 的長度為_____。



49. 有一時鐘的時針長度為 5 公分，分針長度為 8 公分。假設時針針尖每分鐘所移動的弧長都相等。

- (1) 試求時針針尖每分鐘所移動的弧長。
 (2) 已知時針針尖與分針針尖距離為 7 公分，求時針和分針所夾的角度。
 (3) 試問在六點與六點半之間，時針針尖與分針針尖的距離最接近 7 公分是在六點幾分（取至最接近的整數分鐘）？

50. 在直角坐標平面上，考慮以原點為頂點，而以 x 軸的正向為始邊的廣義角。設 $P(3, -7)$ 在廣義角 θ 的終邊上，請問以下哪些敘述是正確的？

- (A) $A(-3, -7)$ 在有向角 $180^\circ - \theta$ 的終邊上
 (B) $B(-3, 7)$ 在有向角 $-\theta$ 的終邊上
 (C) $C(3, 7)$ 在有向角 $\theta - 540^\circ$ 的終邊上
 (D) $D(7, 3)$ 在有向角 $\theta + 90^\circ$ 的終邊上
 (E) $E(-21, 9)$ 在有向角 $450^\circ - \theta$ 的終邊上。

解答

- 1.22 2.(1)2(2)2 3.(B) 4. (1) $\frac{\sqrt{10}}{10}$; (2) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$; (3) $\frac{1}{3}$ 5.(1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{1}{5}$ 6. $\frac{3}{7}$ 7. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 8. (1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{5\sqrt{7}}{16}$
 9. 12.3 10.BDE 11.BCE 12. 14 13. 14.四、四 15.ABDE

θ 終邊所在象限	第一象限	第二象限	第三象限	第四象限
(x, y)	$(+, +)$	$(-, +)$	$(-, -)$	$(+, -)$
$\sin\theta$	+	+	-	-
$\cos\theta$	+	-	-	+
$\tan\theta$	+	-	+	-

16. $-\frac{4}{5}$; $-\frac{4}{3}$ 17. $\frac{15}{17}$, $-\frac{8}{15}$ 18. $\cos\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 19. $-\frac{3}{5}$; $\frac{4}{3}$ 20. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 21. 121°
 22. 120° , 420° , 480° 23. $A [3, 120^\circ]$, $B [2, 180^\circ]$ 24. (1) $A [3, 180^\circ]$, $B [2, 150^\circ]$ (2) $P(0, 5)$, $Q(-4, 4)$
 25. 30公尺 26. $-\frac{3}{\sqrt{10}}$ 27. $30\sqrt{3}$ 28.C 29. 2 30.A 31. 7 32. (1) 120° (2)7 33.91公尺 34.60 35.ABDE
 36. (1) $A [\sqrt{3}, 10^\circ]$; $B [2, -20^\circ]$; $C [2, -80^\circ]$; (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 37.(1)(B)(D) (2) $200\sqrt{6}$ 38.AB
 39. 13 40.170 41.AD 42.E 43.BE 44.B 45. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ 46.(3) 47.(1)(2) 48. $2\sqrt{6}$
 49. (1) $\frac{\pi}{72}$ 公分 (2) 60 度 (3)6 點 22 分 50.ADE